

- ▶ La citation du jour
« *Make things as simple as possible, but not simpler* »
Albert EINSTEIN – 1879-1955 physicien allemand puis
helvético-américain

Les chiffres du jour

- ▶ **1 997 €** : salaire moyen net de tous prélèvements à la source en 2007 pour un temps plein dans le secteur privé et semi-public
- ▶ **1 594 €** : salaire médian net de tous prélèvements à la source en 2007 pour un temps plein dans le secteur privé et semi-public

Source : INSEE, DADS, BESSIÈRE (S.) et DEPIL (S.) – Les salaires dans les entreprises en 2007 : une forte progression. – *Insee Première*, numéro 1 235, mai 2009.

Moyenne d'une distribution uniforme

Un exemple : borne inférieure 10 ; borne supérieure 20 ; 3 observations

$$x_1 = 10 \quad x_2 = 15 \quad x_3 = 20$$
$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} = \frac{10 + 15 + 20}{3} = 15$$

Généralisation : borne inférieure \check{x} ; borne supérieure \hat{x} ; N observations

$$x_i = \check{x} + (i-1) \times \frac{\hat{x} - \check{x}}{N-1} \quad x_2 = 15 = 10 + (2-1) \times \frac{20-10}{2}$$

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} = \frac{\sum_{i=1}^N \left(\check{x} + (i-1) \times \frac{\hat{x} - \check{x}}{N-1} \right)}{N} = \frac{\sum_{i=1}^N (\check{x}) + \sum_{i=1}^N \left((i-1) \times \frac{\hat{x} - \check{x}}{N-1} \right)}{N} \\ &= \frac{N \times \check{x} + \frac{\hat{x} - \check{x}}{N-1} \times \sum_{i=1}^N (i-1)}{N} \end{aligned}$$

Somme des termes de la suite $0, 1, \dots, N - 1$

$$\begin{aligned} S &= 0 + 1 + \dots + N-2 + N-1 \\ S &= N-1 + N-2 + \dots + 1 + 0 \\ S + S &= (0 + N-1) + (1 + N-2) + \dots + (N-2 + 1) + (N-1 + 0) \\ 2S &= N-1 + N-1 + \dots + N-1 + N-1 \end{aligned}$$

$$2S = N \times (N-1) \quad S = \frac{N \times (N-1)}{2}$$

Moyenne d'une distribution uniforme – *Suite et fin*

$$\bar{x} = \frac{N \times \check{x} + \frac{\hat{x} - \check{x}}{N-1} \times \frac{N \times (N-1)}{2}}{N} = \frac{N \times \check{x} + N \times \frac{\hat{x} - \check{x}}{2}}{N} = \check{x} + \frac{\hat{x} - \check{x}}{2} = \frac{\check{x} + \hat{x}}{2}$$

La moyenne des déciles est égale à la moyenne générale

$$\bar{x} = \frac{N \times \check{x} + \frac{\hat{x} - \check{x}}{N-1} \times \frac{N \times (N-1)}{2}}{N} = \frac{N \times \check{x} + N \times \frac{\hat{x} - \check{x}}{2}}{N} = \check{x} + \frac{\hat{x} - \check{x}}{2} = \frac{\check{x} + \hat{x}}{2}$$