

TD n°7
Racine unitaire

I – Distribution empirique de l'estimateur des MCO du coefficient d'une marche aléatoire

Soit la marche au hasard $\{y_t\}$ engendrée par le processus suivant.

$$y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t$$

On veut illustrer que la distribution asymptotique de l'estimateur des MCO du coefficient β du modèle

$$(1) \quad y_t = \beta y_{t-1} + u_t \quad t = 2, \dots, T$$

n'est pas standard.

1. – Dans le modèle

$$(2) \quad y_t = \alpha x_t + u_t$$

rappeler les hypothèses qui permettent de dire que l'estimateur des MCO du coefficient α est distribué asymptotiquement comme une loi normale. Ces hypothèses sont-elles vérifiées dans le modèle (1) ?

2. – Écrire le programme SAS qui permet d'obtenir, par simulation, la distribution empirique de $\hat{\beta}$, l'estimateur des MCO du coefficient β dans le modèle (1).

3. – Étudier la sensibilité de cette distribution au paramètre T, le nombre d'observations disponibles.

II – Régressions fallacieuses

On suppose que le processus qui engendre les données est une marche aléatoire et on commet la bévue d'ajuster un modèle où la tendance est un trend temporel. Plus précisément, le vrai modèle est

$$y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t$$

et on ajuste à tort le modèle

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 t + u_t \quad t = 1, \dots, T$$

1. – Écrire le programme SAS qui permet d'obtenir, par simulation, les distributions empiriques de $\hat{\beta}_1$ et de $\hat{\beta}_2$, les estimateurs des MCO des coefficients β_1 et β_2 dans le « faux » modèle.

2. – L'utilisateur – un peu novice – met en œuvre le test dont l'hypothèse de base est « $\beta_2 = 0$ » sans se rendre compte qu'il n'est pas dans les conditions qui permettent d'utiliser le test standard. Écrire le programme SAS qui permet d'obtenir le « vrai » risque de première espèce de ce test quand l'utilisateur utilise un risque de première espèce de 5 % dans le test mis en œuvre à tort.

3. – Étudier la sensibilité de ce dernier calcul au paramètre T.

4. – Comment peut-on se rendre compte que l'on n'est pas dans les conditions qui permettent d'utiliser le test standard ?