Université Paris-XII – Faculté de Sciences économiques et de gestion
Master *Sciences économiques*
Mention *Économie quantitative et expertise internationale*
Séries temporelles – *F. LEGENDRE* – année universitaire 2006-07
F.Legendre@univ-paris12.fr – http://fj.legendre.free.fr

TD n°5

I – Simulation de la distribution de l'estimateur du coefficient d'un AR(1)

Soit le processus $\{x_t\}$ AR(1) défini comme suit

$$x_t = 0{,}5\,x_{t-1} + \varepsilon_t$$

où ε_t est de variance égale à 1 $\forall\ t$.

1. – À l'aide du système Sas, engendrer artificiellement 500 réalisations (de taille $\mathrm{T} = 100$ – réalisations partielles) du processus.

2. – Soit $\widetilde{\phi}$ l'estimateur des MCO du modèle

$$x_t = \phi x_{t-1} + \varepsilon_t \quad t = 2, \cdots, 100.$$

Trouver la variance de $\widetilde{\phi}$.

3. – À partir des 500 réalisations engendrées à la question **1**, donner une estimation de la variance de $\widetilde{\phi}$.

4. – Faire une représentation graphique de la distribution de $\widetilde{\phi}$.

5. – Refaire les questions précédentes en utilisant les trente premières observations des 500 mêmes réalisations du processsus. Que faut-il en conclure quant à l'économétrie des séries temporelles ?

6. – Soit $\widehat{\phi}$ l'estimateur de la méthode Box et Jenkins obtenu à l'aide de la `PROC arima` du système Sas. Faire une représentation graphique de la distribution de $\widehat{\phi}$ à partir des **50** premières réalisations du processus. Quel serait le temps de calcul, sur votre micro-ordinateur, si l'on voulait utiliser les 500 réalisations ?

II – Prévision d'un AR(1)

Soit le processu AR(1) suivant

$$x_t = \phi\, x_{t-1} + \varepsilon_t \quad |\phi| < 1 \quad t = 1, \cdots, \mathrm{T}.$$

1. – Déterminer la forme de la fonction de prévision $f(\mathrm{T}, k)$ – prévision réalisée en T pour l'horizon k – avec

$$f(\mathrm{T}, k) = \mathrm{E}(x_{\mathrm{T}+k} \mid \Omega_\mathrm{T}) \quad k = 1, 2, \cdots$$

où Ω_T est l'ensemble d'information disponible au temps T. L'observation qui se réalise en T appartient à cet ensemble : $\Omega_\mathrm{T} = \{x_\mathrm{T}, x_{\mathrm{T}-1}, \cdots, x_1\}$.

2. – Trouver la mesure dans laquelle une prévision est révisée (ou mise à jour) quand on dispose de l'information supplémentaire apportée par $x_{\mathrm{T}+1}$; c'est-à-dire calculer la grandeur

$$f(\mathrm{T}+1, k-1) - f(\mathrm{T}, k).$$

3. – Déterminer l'erreur de prévision à l'horizon k notée $\widehat{e}(\mathrm{T}, k)$; c'est-à-dire

$$\widehat{e}(\mathrm{T}, k) = x_{\mathrm{T}+k} - f(\mathrm{T}, k).$$

En déduire la variance de cette erreur de prévision.

4. – En supposant que ε_t est distribué comme une loi normale de variance égale à 1 $\forall\ t$, donner un intervalle de confiance à 90 % pour la prévision réalisée en T pour l'horizon k.