

TD n°3

I – Processus ARMA minimal

Soit le processus défini comme suit.

$$x_t = -0,2x_{t-1} + 0,24x_{t-2} + \varepsilon_t + 0,6\varepsilon_{t-1} - 0,16\varepsilon_{t-2}$$

où ε_t est un bruit blanc.

1. – Mettre ce processus sous sa forme canonique minimale.
2. – Déterminer le covariogramme et le corrélogramme de ce processus.

II – Identification et test

Soit la réalisation (partielle) d'un processus, pour 100 observations. Cet échantillon fournit l'estimation suivante.

$$\hat{\rho}_1 = 0,3$$

1. – Donner la variance estimée de cet estimateur, c'est-à-dire la quantité $\widehat{V}(\hat{\rho}_1)$.
2. – Tester l'hypothèse que le processus est un bruit blanc contre l'hypothèse qu'il suit un AR(1).

III – Estimation préliminaire d'un AR(2)

Soit le processus $\{x_t\}$ AR(2) défini par l'équation suivante.

$$x_t = \phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + \varepsilon_t$$

où ε_t est un bruit blanc de variance σ_ε^2 .

1. – Montrer que les équations de YULE-WALKER conduisent approximativement aux mêmes estimateurs de ϕ_1 et ϕ_2 que les estimateurs des MCO du modèle $y_t = \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-2} + u_t$.

2. – Trouver la variance asymptotique des estimateurs de ϕ_1 et ϕ_2 .

IV – Estimation préliminaire erronée

Soit le processus $\{x_t\}$ MA(1) défini par l'équation suivante.

$$x_t = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}$$

On se propose d'identifier et d'estimer ce processus. On observe $\hat{\rho}_1 = -0,45$; il semble que seul $\hat{\rho}_1$ diffère de zéro. Pourtant, on commet la bêtise d'ajuster un modèle AR(1).

1. – Quelle estimation préliminaire de ϕ_1 , le coefficient du modèle erroné, peut-on proposer ?
2. – Montrer que les résidus estimés du modèle erroné suivent un processus MA(2).
3. – Proposer une estimation préliminaire de θ_1 .