Université PARIS-XII — Faculté de Sciences économiques et de gestion
Master *Sciences économiques*
Mention *Économie quantitative et expertise internationale*
Séries temporelles — *F. LEGENDRE* — année universitaire 2006-07
F.Legendre@univ-paris12.fr – http://fj.legendre.free.fr

TD n°2

I – Processus MA(2)

Soit le processus défini comme suit.

$$x_t = \varepsilon_t + 0{,}4\,\varepsilon_{t-1} - 0{,}2\,\varepsilon_{t-2}$$

où ε_t est un bruit blanc.

1. – Ce processus est-il sous une forme canonique ?

2. – Déterminer le covariogramme et le corrélogramme de ce processus.

3. – La prévision la meilleure de x_{t+k}, réalisée en t, est notée $\widehat{x}^t_{t+k}$. Elle est identifiée à l'espérance conditionnelle par rapport à l'ensemble d'information disponible en t. Cet ensemble est noté Ω_t et il est égal à $\{x_t, x_{t-1}, \ldots\}$. Calculer $\widehat{x}^t_{t+1}$, $\widehat{x}^t_{t+2}$ et $\widehat{x}^t_{t+k}$ pour $k > 2$.

II – Estimation des autocovariances

Soit une réalisation (partielle) d'un processus avec $x_0 = 10$, $x_1 = 1$ et $x_2 = 10$. Soit l'estimateur suivant des autocovariances.

$$\widetilde{\gamma}_k = \frac{1}{\mathrm{T} - k} \sum_{t=k+1}^{\mathrm{T}} (x_t - \overline{x})(x_{t-k} - \overline{x})$$

1. – Calculer la matrice 3×3 de variance-covariance estimée pour cette réalisation du processus en utilisant l'estimateur défini ci-avant.

2. – Montrer que cette matrice n'est pas définie positive. Discuter en comparant, par exemple, avec l'estimateur habituel.

III – Processur AR(2)

Soit le processus $\{x_t\}$ défini par l'équation suivante.

$$x_t = \phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + \varepsilon_t$$

où ε_t est un bruit blanc de variance σ^2_ε. Les racines du polynôme $\Phi(\mathrm{L})$ ne sont pas de module égal à 1.

1. – Délimiter la région du plan contenant le point (ϕ_1, ϕ_2), notée $\mathscr{F}$, pour laquelle le processus est canonique.

2. – Déterminer la fonction d'autocorrélation $\rho(k)$ du processus.

3. – Trouver le domaine de variation dans le plan du point (ρ_1, ρ_2) quand le point (ϕ_1, ϕ_2) appartient à $\mathscr{F}$. Interpréter.