

TD n°1

I – Équation récurrence linéaire à coefficients réels constants - I

Soit la suite (x_t) définie par l'équation récurrence linéaire à coefficients réels constants suivante.

$$x_t - 0,25x_{t-1} = 0,05t + 12 \quad \forall t = 1, 2, \dots$$

et par la condition initiale $x_0 = 10$.

1. – Tracer la représentation graphique de cette suite pour ses 10 premiers termes.
2. – Trouver la forme analytique de la solution.

II – Équation récurrence linéaire à coefficients réels constants - II

Soit la suite (x_t) définie par l'équation récurrence linéaire à coefficients réels constants suivante.

$$x_t - 0,25x_{t-2} = 1 \quad \forall t = 2, 3, \dots$$

et par les conditions initiales $x_0 = 0$ et $x_1 = 0,5$.

1. – Tracer la représentation graphique de cette suite pour ses 10 premiers termes.
2. – Trouver la forme analytique de la solution.

III – Valorisation d'une action

Soient (p_t) la suite des prix d'une action et (d_t) la suite des dividendes associés à cette action. Le taux de rendement, constant, d'un placement alternatif est noté ρ . L'équation d'arbitrage prend la forme suivante

$$\frac{d_t + p_{t+1} - p_t}{p_t} = \rho.$$

1. – Donner l'interprétation économique de cette équation.

2. – Réécrire cette équation en utilisant l'opérateur de retard L. Déterminer la solution générale.

3. – La suite des prix est-elle nécessairement bornée ? Donner l'interprétation économique.

IV – Corrélogrammes théoriques

Pour chacun des corrélogrammes *théoriques* suivants :

1. Identifier (en justifiant votre réponse) le processus ARMA(p, q) avec $p + q \leq 2$ à l'origine d'une telle structure.
2. Calculer les coefficients du modèle structurel canonique en indiquant votre méthode.
3. Calculer les racines des polynômes en L intervenant dans le modèle structurel pour vérifier que vous avez bien sélectionné le modèle canonique.
4. Calculer la fonction de prévision du processus sans omettre d'indiquer, le cas échéant, les valeurs pivotales.

Modèle 1										
ρ_k	0,192	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Modèle 2										
ρ_k	0	-0,470	0	0	0	0	0	0	0	0
Modèle 3										
ρ_k	0,700	0,490	0,343	0,240	0,168	0,118	0,082	0,058	0,040	0,028
Modèle 4										
ρ_k	-0,800	0,460	-0,152	-0,048	0,133	-0,136	0,097	-0,048	0,009	0,013