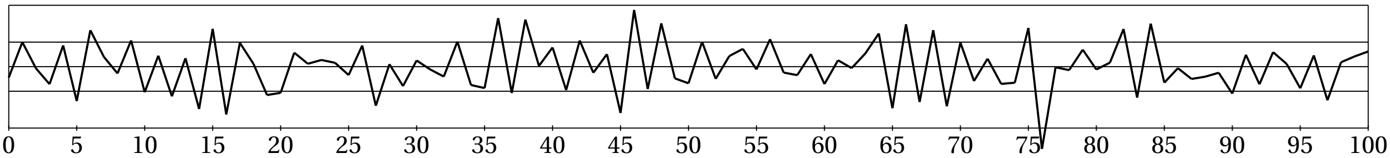
Université PARIS-XII — Faculté de Sciences économiques et de gestion
Master *Sciences économiques* — Mention *Économie quantitative et expertise internationale*
Séries temporelles — *F. LEGENDRE* — année universitaire 2006-07
F.Legendre@univ-paris12.fr – http://fj.legendre.free.fr

Interrogation écrite n°1

I – L'œil de l'expert

Soit une réalisation (partielle) d'un processus AR(1) dont la représentation graphique figure ci-après.



1. – Le coefficient d'autocorrélation d'ordre 1, ρ_1, du processus est-il, à votre avis, négatif ou positif ?

2. – On vous propose de choisir entre l'un des deux modèles suivants.

$$(a) \quad x_t = 0{,}6 x_{t-1} + \varepsilon_t \qquad\qquad (b) \quad x_t = -0{,}6 x_{t-1} + \varepsilon_t$$

Faut-il *a priori* retenir le modèle (a) ou le modèle (b) ?

II – Corrélogramme théorique

Soit le corrélogramme *théorique* suivant.

ρ_0	1,0000000
ρ_1	−0,8000000
ρ_2	0,5500000
ρ_3	−0,3500000
ρ_4	0,2125000
ρ_5	−0,1250000
ρ_6	0,0718750
ρ_7	−0,0406250
ρ_8	0,0226563

1. – Identifier (en justifiant votre réponse) le processus ARMA(p,q) avec $p+q \leq 2$ à l'origine d'une telle structure.

2. – Calculer les coefficients du modèle structurel canonique en indiquant votre méthode.

3. – Calculer les racines des polynômes en L intervenant dans le modèle structurel pour vérifier que vous avez bien sélectionné le modèle canonique.

4. – Donner le programme SAS qui permettrait de simuler une réalisation partielle de ce processus.

III – Processus ARMA(1,1)

Soit le processus ARMA(1,1) suivant.

$$x_t - \phi_1 x_{t-1} = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} \quad \text{avec} \quad |\phi_1| < 1 \ \text{ et } \ |\theta_1| < 1$$

1. – Montrer que $\mathrm{Cov}(x_t, \varepsilon_t) = \sigma^2_\varepsilon$.

2. – En déduire que

$$\mathrm{V}(x_t) = \mathrm{Cov}(x_t, x_t) = \frac{1 - 2\phi_1\theta_1 + (\theta_1)^2}{1 - (\phi_1)^2}\sigma^2_\varepsilon.$$