

### Document de cours n°5

Ce document a pour objet de présenter un bestiaire de cartes des courbes d'indifférence ; on figure de plus, dans chaque cas, la fonction de dépense. Les graphiques sont tous exacts ; ils ont été engendrés en prenant la fonction d'utilité de type CES de forme générale :

$$u(x_1, x_2) = \left( \alpha x_1^{(\sigma-1)/\sigma} + (1-\alpha)x_2^{(\sigma-1)/\sigma} \right)^{\sigma/(\sigma-1)} \quad \text{avec } 0 < \alpha < 1 \text{ et } \sigma > 0$$

Cette fonction d'utilité admet trois cas particuliers importants. Tout d'abord, quand les deux biens sont complémentaires — c'est-à-dire quand  $\sigma = 0$  —, elle s'écrit :

$$u(x_1, x_2) = \min(\alpha x_1, (1-\alpha)x_2)$$

Ensuite, quand l'élasticité de substitution est unitaire — c'est-à-dire quand  $\sigma = 1$  —, on retrouve le cas COBB-DOUGLAS :

$$u(x_1, x_2) = x_1^\alpha x_2^{1-\alpha}$$

Enfin, quand les deux biens sont infiniment substituables — c'est-à-dire quand  $\sigma = \infty$  —, elle s'écrit :

$$u(x_1, x_2) = \alpha x_1 + (1-\alpha)x_2$$

Rappelons (voir le document de cours n°2) qu'en définissant la quantité P :

$$P = \left( \alpha^\sigma p_1^{1-\sigma} + (1-\alpha)^\sigma p_2^{1-\sigma} \right)^{1/(1-\sigma)}$$

qui est homogène de degré 1 en  $p_1$  et  $p_2$  et qui s'interprète comme le niveau général des prix, les demandes marshaliennes s'écrivent :

$$m_1 = \alpha^\sigma \left( \frac{p_1}{P} \right)^{-\sigma} \frac{R}{P} \quad \text{et} \quad m_2 = (1-\alpha)^\sigma \left( \frac{p_2}{P} \right)^{-\sigma} \frac{R}{P}$$

On montre que les demandes hicksiennes s'écrivent :

$$h_1 = \alpha^\sigma \left( \frac{p_1}{P} \right)^{-\sigma} u \quad \text{et} \quad h_2 = (1-\alpha)^\sigma \left( \frac{p_2}{P} \right)^{-\sigma} u$$

La fonction de dépense est donc de la forme :

$$d(p_1, p_2, u) = \frac{\alpha^\sigma p_1^{1-\sigma} + (1-\alpha)^\sigma p_2^{1-\sigma}}{P^{-\sigma}} u$$

Six configurations ont été envisagées, présentées dans le tableau suivant :

Configuration	Figures	$\alpha$	$\sigma$	Interprétation
<b>A</b>	<b>1 et 2</b>	1/2	1	Il s'agit du cas canonique.
<b>B</b>	<b>3 et 4</b>	3/4	1	Les deux biens sont normalement substituables ; le premier bien contribue trois fois plus que le second bien à la satisfaction du consommateur.
<b>C</b>	<b>5 et 6</b>	1/2	1/2	Les deux biens sont assez peu substituables ; ils contribuent pareillement à la satisfaction du consommateur.
<b>D</b>	<b>7 et 8</b>	1/2	2	Les deux biens sont très substituables ; ils contribuent pareillement à la satisfaction du consommateur.
<b>E</b>	<b>9 et 10</b>	1/2	0	Les deux biens sont complémentaires ; ils contribuent pareillement à la satisfaction du consommateur.
<b>F</b>	<b>11 et 12</b>	1/2	$\infty$	Les deux biens sont infiniment substituables ; ils contribuent pareillement à la satisfaction du consommateur.

La carte des courbes d'indifférence est tracée en portant les courbes d'indifférence qui passent par les paniers (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5) et (6, 6). La fonction de dépense a été tracée en prenant le niveau d'utilité apporté par le panier (1, 1) et en supposant que le prix du second bien est égal à 5.

FIG. 1 – Carte des courbes d'indifférence

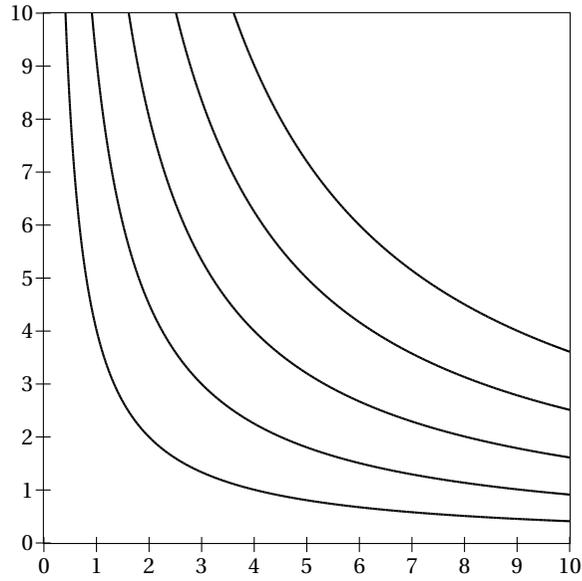


FIG. 3 – Carte des courbes d'indifférence

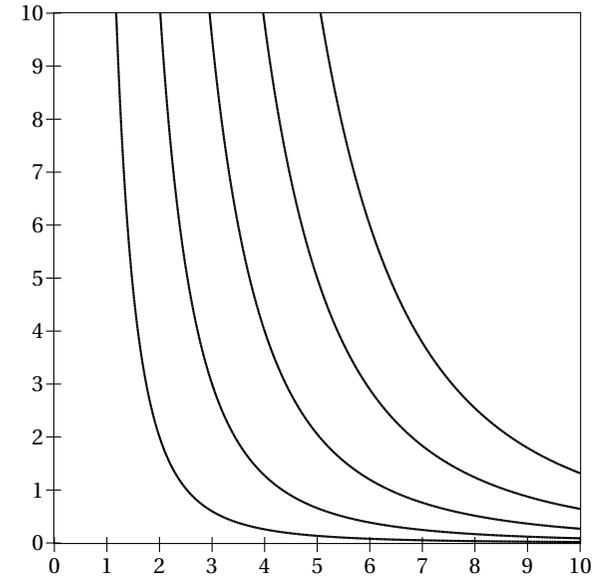


FIG. 2 – Dépense en fonction de  $p_1$  pour s'assurer le niveau d'utilité apporté par le panier (1,1)

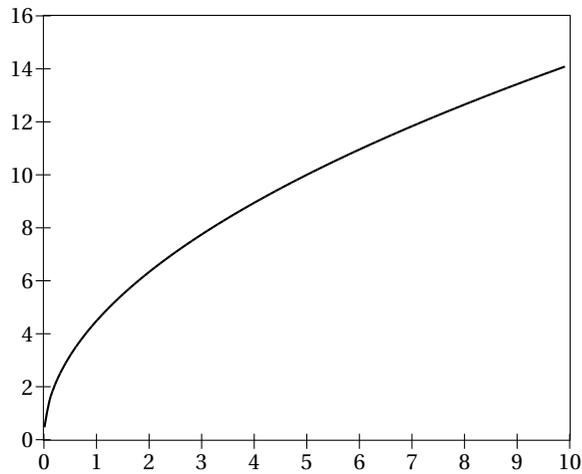


FIG. 4 – Dépense en fonction de  $p_1$  pour s'assurer le niveau d'utilité apporté par le panier (1,1)

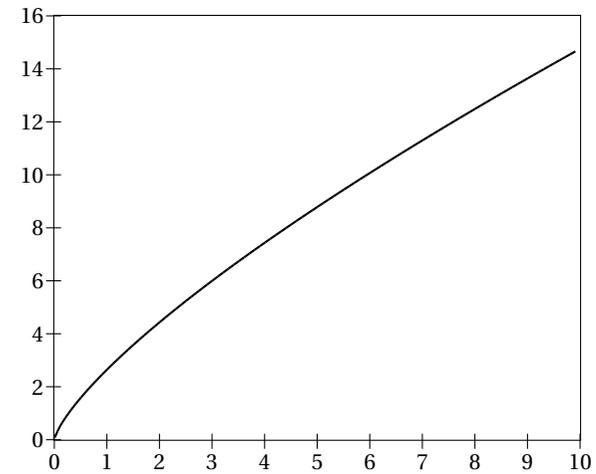


FIG. 5 – Carte des courbes d'indifférence

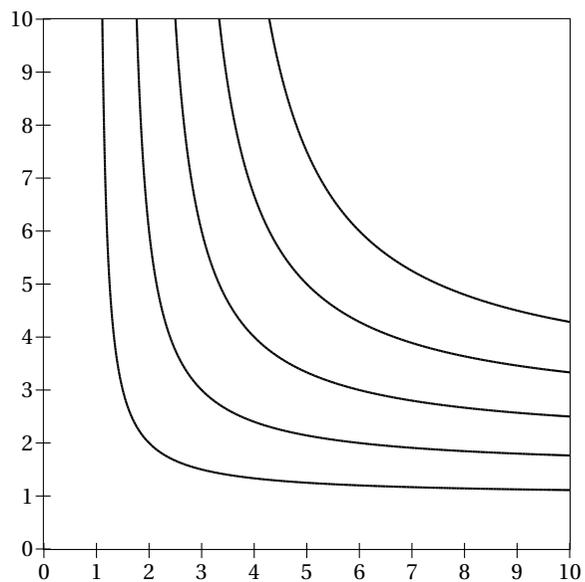


FIG. 7 – Carte des courbes d'indifférence

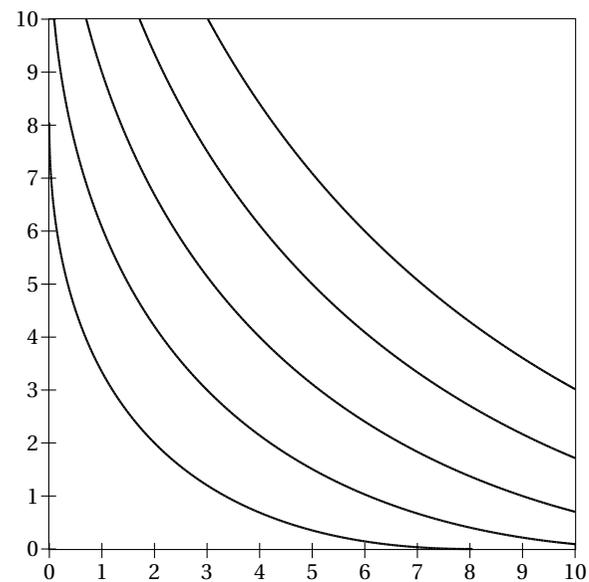


FIG. 6 – Dépense en fonction de  $p_1$  pour s'assurer le niveau d'utilité apporté par le panier  $(1, 1)$

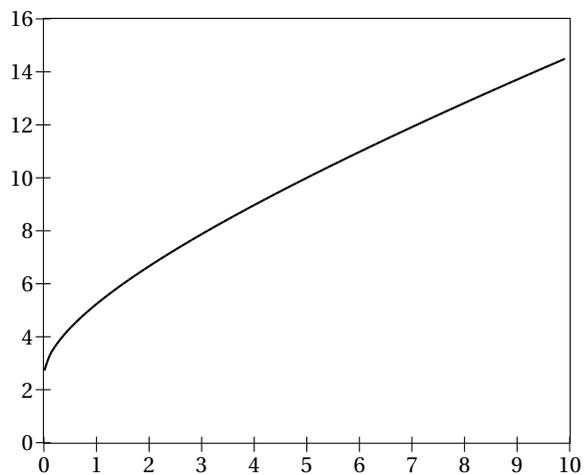


FIG. 8 – Dépense en fonction de  $p_1$  pour s'assurer le niveau d'utilité apporté par le panier  $(1, 1)$

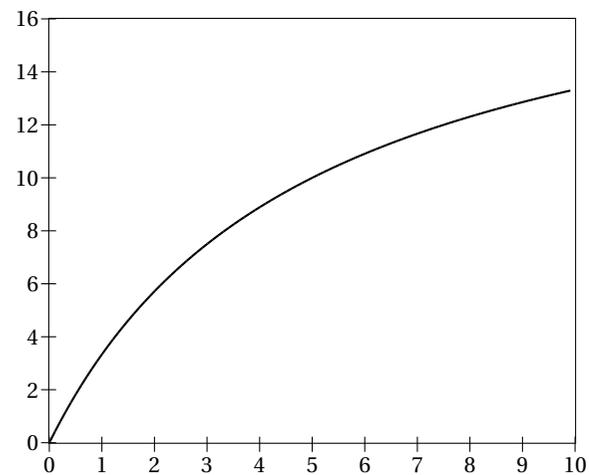


FIG. 9 – Carte des courbes d'indifférence

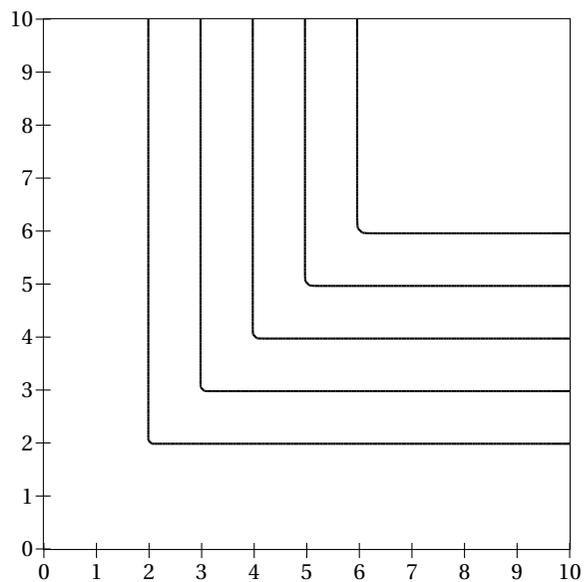


FIG. 11 – Carte des courbes d'indifférence

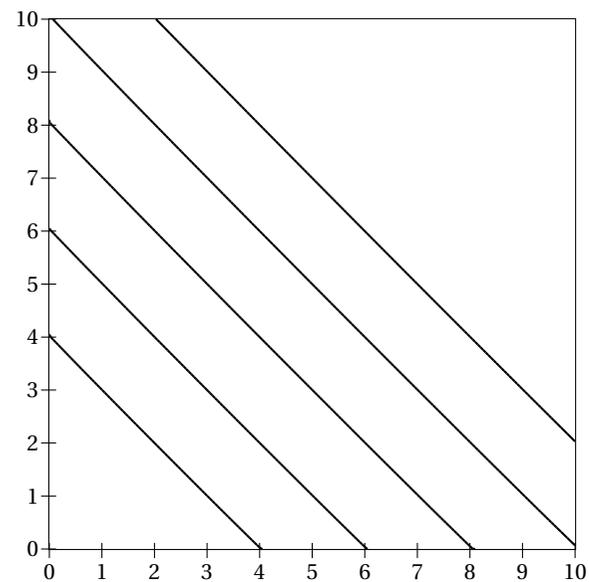


FIG. 10 – Dépense en fonction de  $p_1$  pour s'assurer le niveau d'utilité apporté par le panier (1,1)

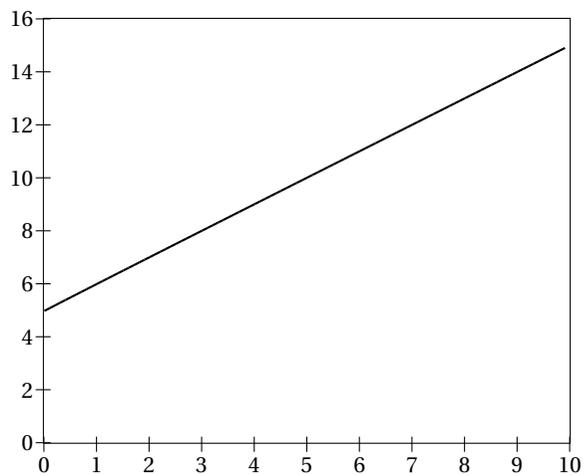


FIG. 12 – Dépense en fonction de  $p_1$  pour s'assurer le niveau d'utilité apporté par le panier (1,1)

