

Examen janvier 2006

Trois heures — documents non autorisés — calculatrice fournie

1 Question de cours

Comment peut-on justifier que la contrainte budgétaire du consommateur soit saturée ?

2 Question de cours

Quel est l'intérêt de définir la substituabilité et la complémentarité de deux biens à partir des demandes hicksiennes et non à partir des demandes marshalliennes ?

3 Exercice – Théorie de la demande

Soit, dans un monde à deux biens, un consommateur dont la relation de préférence est représentée par la fonction d'utilité suivante :

$$u(x_1, x_2) = x_1^\alpha (x_2 - \bar{x}_2)^\beta \quad \alpha, \beta, \bar{x}_2 > 0 \quad x_2 > \bar{x}_2$$

L'environnement du consommateur est de concurrence parfaite ; on note R son revenu et p_1 et p_2 les prix des deux biens.

- 1) Dans toute la suite de l'exercice, on suppose $R > p_2 \bar{x}_2$. Donner une interprétation économique précise à cette hypothèse en donnant notamment une interprétation à \bar{x}_2 .
- 2) Tracer la courbe d'indifférence qui passe par le panier (5, 2), en prenant *seulement pour cette question*, $\alpha = 1$, $\beta = 1$ et $\bar{x}_2 = 1$.
- 3) La relation de préférence vérifie-t-elle l'hypothèse de convexité stricte ?
- 4) Montrer que la contrainte budgétaire peut s'écrire sous la forme suivante :

$$p_1 x_1 + p_2 (x_2 - \bar{x}_2) \leq \tilde{R}$$

où \tilde{R} est à définir comme il le faut. Donner l'interprétation économique de \tilde{R} . Montrer que l'on a $\tilde{R} > 0$.

- 5) Trouver les demandes marshalliennes pour les deux biens [on pourra noter ces demandes respectivement $m_1(p_1, p_2, R)$ et $m_2(p_1, p_2, R)$]. Vérifier que ces deux demandes sont homogènes de degré 0 en p_1 , p_2 et R . Donner l'interprétation économique de cette dernière propriété.

- 6) Trouver les demandes hicksiennes pour les deux biens [on pourra noter ces demandes respectivement $h_1(p_1, p_2, u)$ et $h_2(p_1, p_2, u)$]. Vérifier que ces deux demandes sont homogènes de degré 0 en p_1 et p_2 . Donner l'interprétation économique de cette dernière propriété.

4 Exercice – Fonction de dépense

Soit, dans un monde à deux biens, un consommateur dont la relation de préférence est représentée par la fonction d'utilité suivante :

$$u(x_1, x_2) = x_1 x_2$$

- 1) Les deux biens sont-ils « nécessaires » pour ce consommateur ?
- 2) Tracer la courbe d'indifférence qui passe par le panier (2, 1).
- 3) Trouver les demandes hicksiennes pour les deux biens.
- 4) Trouver la fonction de dépense.
- 5) Tracer la fonction de dépense en fonction de p_1 en prenant $u = 1$ et $p_2 = 10$.

5 Exercice – Choix intertemporels

On suppose l'absence d'incertitude quant au futur et on résume le cycle de vie d'un consommateur en prenant un modèle simple qui distingue deux périodes. La première, repérée par l'indice A, est relative à la vie active de l'individu ; la seconde période, repérée par l'indice R, a trait à la période de retraite. L'individu ne dispose d'un revenu, noté R_A , qu'en première période — un revenu d'activité. Cette grandeur est fixée et exprimée en termes nominaux. Le niveau général des prix à la consommation est noté p_A et p_R pour chaque période. Enfin, la relation de préférence de l'individu est représentée par la fonction d'utilité suivante :

$$u(c_A, c_R) = -\frac{1}{c_A} - \frac{1}{1+\theta} \frac{1}{c_R} \quad \theta \geq 0$$

où c_A et c_R sont les consommations agrégées de chaque période.

- 1) La fonction d'utilité est à valeurs négatives ; par exemple, $u(1, 1) = -2$ en prenant $\theta = 0$. Cela constitue-t-il un souci ? Montrer que $u'_1(c_A, c_R) > 0$ et que $u'_2(c_A, c_R) > 0$. Comment convient-il d'interpréter ces deux résultats ? Comment convient-il d'interpréter le paramètre θ ?
- 2) Ecrire la contrainte budgétaire inter-temporelle du consommateur en présence d'un marché financier « parfait » : ce dernier permet de prêter ou d'emprunter une somme quelconque au taux r , $r > 0$.
- 3) Trouver la fonction d'épargne du consommateur.
- 4) Montrer que l'épargne est une fonction décroissante du taux d'intérêt. Donner l'interprétation économique de cette énigme.